# Discussione sui cicli e discussione sui saperi

**Domingo Paola**

## Quali funzioni per la nuova scuola?

Prima di affrontare il tema specifico relativo alle competenze e ai saperi fondamentali per l'area logico-matematica, con particolare riferimento all'ultimo ciclo della scuola secondaria, sento la necessità di alcune premesse di carattere generale, senza le quali un discorso disciplinare specifico e, in particolare, riferito a un segmento temporale ben preciso, perderebbe gran parte del suo significato.

La cosiddetta riforma dei cicli viene "percepita come la principale riforma della scuola di questi ultimi decenni" (Risoluzione 6-00155), anche se, soprattutto a partire dalla fine degli anni sessanta, varie sperimentazioni, autonome o assistite, e diversi interventi legislativi e di regolamento hanno prodotto cambiamenti significativi nella scuola della riforma Gentile. Ritengo che tale percezione, oltre che fondata sulla consapevolezza che l'attuazione della riforma dei cicli interesserà tutte le realtà scolastiche, nelle loro diverse articolazioni, sia motivata anche dalla sensazione che tale riforma ridefinirà con chiarezza le funzioni della scuola.

Come ha lucidamente scritto Lucio Russo, "la scuola europea della prima metà del Novecento, sopravvissuta fino agli anni sessanta, […] mantenne inalterate alcune caratteristiche essenziali. Si trattava di una scuola articolata in due fasce d'età. Quella destinata ai più giovani, obbligatoria e gratuita, si rivolgeva alla totalità della popolazione e aveva essenzialmente la funzione di alfabetizzarla. In tale scuola non solo si imparava a leggere e a scrivere, ma venivano anche trasmessi i valori civili e morali considerati fondamentali, nonché alcune altre conoscenze elementari, come il calcolo con le quattro operazioni. Nella fascia d'età successiva il pubblico della scuola cambiava radicalmente. […] La scuola successiva all'obbligo si rivolgeva soprattutto alle classi sociali superiori e la sua funzione precipua era quella di preparare dirigenti e tecnici di alto livello. La formazione professionale di questi due gruppi avveniva nelle università, ma si riteneva necessario premettere alla preparazione specialistica universitaria una formazione culturale generale" (Russo, 1998, pp. 12-13). Le profonde trasformazioni socio-culturali, politiche ed economiche, hanno prodotto cambiamenti radicali anche nella scuola, portando, per esempio, alla scolarizzazione di massa, che ha creato inevitabili contraddizioni nel modello di scuola della riforma Gentile e crisi di identità negli insegnanti, da un lato affezionati al collaudato modello di scuola selettiva e dall'altro sempre più pressati dall'esigenza di garantire l'affermazione anche di quei giovani che un tempo non avrebbero proseguito gli studi. Mi sembra che, al di là delle pregevoli premesse e intenzioni di vari interventi legislativi, di molte sperimentazioni autonome e assistite, la "scuola della società dei consumi" non sia riuscita a sostituire, nella prassi, il modello della scuola della riforma Gentile con proposte culturali chiare, forti e unitarie, che indicassero con precisione come dovessero cambiare finalità ed esigenze dell'istruzione. È comprensibile che questa difficoltà nel trovare o nel condividere nuovi riferimenti culturali forti e unitari abbia portato a scelte discutibili e pericolose. A questo proposito, ancora una volta, cito l'impietosa analisi di Lucio Russo: " […] La nuova scuola deve quindi preparare soprattutto consumatori, oltre che contribuenti ed elettori. Queste figure, a differenza dei tecnici e dei dirigenti, possono ignorare i processi produttivi e, tanto più, fare a meno di qualunque tipo di cultura generale […] Una tale scuola dovrà fornire educazione stradale, sanitaria, sessuale, alimentare, fiscale e così via: dovrà cioè fornire una serie di prescrizioni alle quali il futuro cittadino-consumatore dovrà attenersi nel vari momenti dell'esistenza" (Russo, 1998, p.19). Se l'analisi di Russo è parzialmente condivisibile per quel che riguarda l'esistente e, in particolare, gli effetti causati dalla mancata risoluzione delle contraddizioni tra il modello della scuola selettiva e quello della scuola di massa, essa diviene estremamente pericolosa nel momento in cui sembra ingabbiare necessariamente la nuova scuola in prospettive anguste e povere culturalmente. No, la nuova scuola non *deve* preparare consumatori: invece *deve* dare al futuro cittadino e quindi anche al futuro consumatore competenze tali da potersi orientare nelle informazioni pubblicitarie in modo da operare scelte consapevoli e ragionate. La nuova scuola non *deve* preparare contribuenti, ma *deve* concorrere a creare nel futuro cittadino una coscienza sociale della quale fa parte anche quella di futuro contribuente. La nuova scuola non *deve* preparare futuri elettori, ma *deve* aiutare il futuro cittadino a partecipare alla vita politica, a rispondere alle consultazioni elettorali, a esprimere pareri motivati e a effettuare scelte ragionate e consapevoli su questioni che riguardano la collettività. Perché tutto ciò sia realizzabile, la nuova scuola *deve* fornire al futuro cittadino, qualunque ruolo abbia nel mondo del lavoro, competenze che richiedono necessariamente il possesso di una forte cultura generale.

La nuova scuola *deve* quindi essere la scuola di tutti, con l'obiettivo di garantire le condizioni perché possa realizzarsi il successo all'interno dell'istituzione scolastica, premessa necessaria di ogni tipo di affermazione sociale. Il problema del se e come garantire a tutti il successo scolastico è assai delicato. Infatti già sul *se garantire a tutti il successo scolastico* l'accordo esiste, almeno in linea di principio, solo a livello di scuola dell'obbligo; per quel che riguarda la scuola superiore, in particolare, l'attuale triennio, le opinioni sono assai diversificate e molti insegnanti, attraverso l'esercizio di pratiche più o meno esplicitamente selettive, si comportano ancora come se i compiti dell'istruzione consistessero principalmente nella formazione della futura classe dirigente e, in modo più o meno consapevole, si rivolgono soprattutto a coloro i quali saranno i futuri studenti universitari o i futuri professionisti nel campo o in campi affini a quello della disciplina insegnata.

Il problema del *come garantire a tutti il successo scolastico* è ancora più delicato: una sua risoluzione, infatti, richiede un accordo preliminare, fra tutte le componenti della scuola, della necessità di garantire a tutti il successo e, inoltre, richiede una condivisione delle funzioni e degli obiettivi dell'istruzione scolastica. La situazione attuale, nella quale, non solo nella prassi, non c'è una condivisione di obiettivi porta a situazioni paradossali: si pensi, come estremo esempio, agli alunni che, dopo aver effettuato tre anni di scuola media, completano l'obbligo scolastico in un liceo di ordinamento, fondato ancora sul modello gentiliano. Spesso, in questi casi, l'insegnante di scuola media, in parte contravvenendo alla funzione che gli è richiesta dagli attuali programmi, addestra l'alunno che si iscriverà al liceo per prepararlo alle richieste di quella scuola. Poiché tali richieste sono spesso in contraddizione con il profilo formativo previsto all'uscita della scuola media, il tentativo di creare successo scolastico si traduce quasi sempre in un profondo disorientamento che molti studenti hanno difficoltà a superare. Altre volte il successo scolastico si traduce semplicemente in una valutazione benevola, che lascia agli anni futuri il compito di valutazioni più severe: in tal caso, più che garantire le condizioni per il successo dello studente, si illude lo studente, creando le premesse per una forma di selezione nascosta, che non boccia, ma propone contenuti e obiettivi non adeguati a quelli effettivamente richiesti.

Le funzioni e i compiti precipui della nuova scuola sono stati delineati con molta chiarezza da uno dei sottogruppi della Commissione di studio per il programma di riordino dei cicli di istruzione e ogni disciplina non potrà non tenere conto di tali indicazioni nell'individuazione dei nuclei fondamentali e nella stesura dei contenuti dei programmi. Riassumo alcuni dei punti che ritengo più interessanti e significativi fra quelli trattati ed espressi dal sottogruppo 7c, coordinato da Mario Ambel e moderato da Chiara Croce:

- responsabilità, in particolare per la scuola secondaria, di sconfiggere gli elevati tassi di dispersione
- garantire a tutti una più ampia e qualificata cultura generale, rinunciando a finalità di formazione specialistica
- prendere atto della caduta della dicotomia tra licei, prioritariamente finalizzati agli studi universitari e istituti prioritariamente finalizzati all'inserimento nel mondo del lavoro
- prendere atto della caduta della dicotomia tra scolarizzazione ed emarginazione dai processi di acquisizione di competenze adeguate alla partecipazione consapevole e attiva alla vita sociale
- capire la necessità di un processo formativo esteso nel tempo e l'inopportunità di prevedere percorsi di indirizzo fortemente diretti a particolari facoltà universitarie

(Ambel, Croce, 2000).

Concludo queste premesse di carattere generale con alcune parole di Michele Impedovo, che mi offrono sia l'occasione di citare un articolo che considero illuminante e complementare al mio intervento, sia l'opportunità di introdurre considerazioni più specifiche legate all'area logico-matematica: "Nella scuola di tutti la continua ridefinizione di metodi, contenuti, finalità del sapere è […] essenziale. Non abbiamo più il compito di portare pochi studenti sulle spalle dei giganti: non dobbiamo più formare il futuro ricercatore, bensì il futuro cittadino. Gli strumenti di analisi e i paradigmi del passato non ci possono servire per gestire questa dirompente novità. La scuola non ha più (se non in minima parte) il compito di selezionare e deve essere più generosa, molto più generosa che in passato: deve dare molto di più e chiedere molto di meno. La stessa valutazione (che è tuttora quasi esclusivamente intesa come valutazione delle prestazioni degli studenti) deve cambiare struttura e rivolgersi principalmente all'efficacia del sistema formativo. Occorre molto coraggio per cambiare metodi, regole e contenuti di tradizione ormai secolare, in matematica soprattutto. Occorre molto coraggio per accettare che i nostri studenti sapranno in futuro cose diverse da quelle che noi abbiamo studiato e imparato. Occorre molto coraggio per spezzare consuetudini didattiche che hanno ormai il sapore di veri e propri tabù. Soprattutto in matematica" (Impedovo, 2000).

**Quali competenze e nuclei fondanti per la matematica dell'ultimo ciclo della scuola secondaria?**

Mi propongo ora di avviare una riflessione sulle competenze e sui nuclei fondanti che dovrebbero guidare la costruzione di un curricolo per l'area logico - matematica dell'ultimo ciclo. Naturalmente quanto detto nelle premesse costituisce un vincolo essenziale e ineludibile per le idee che ora esporrò. Inoltre è bene precisare che competenze e nuclei fondanti caratterizzano tutto il percorso scolastico e non possono essere limitati all'ultimo ciclo della scuola secondaria: ciò che invece caratterizza più profondamente questo segmento scolastico sono i contenuti specifici, ai quali accennerò nella prossima sezione.

Per il significato del termine competenze faccio riferimento alla seguente definizione, che sembra ormai essere condivisa da molti e che è stata precisata nel documento del gruppo di lavoro 3 della Commissione di studio per il programma di riordino dei cicli di istruzione: "*Competenze*: ciò che, in un contesto dato, si sa fare (abilità), sulla base di un sapere (conoscenze) per raggiungere l'obiettivo atteso e produrre (nuove) conoscenze" (Sabatini, Rossi Doria, 2000).

Per nuclei fondanti intendo invece argomenti e concetti di tale rilevanza da non poter essere trascurati in un percorso di insegnamento - apprendimento che ambisca a fornire un'immagine culturalmente significativa di una disciplina.

Se, come si è detto, funzione della scuola è quella di formare il futuro cittadino, l'individuazione delle competenze dell'area logico-matematica è diretta conseguenza dell'individuazione delle competenze di carattere logico-matematico che il cittadino deve possedere per partecipare attivamente alla vita sociale. In particolare, elenco le seguenti, senza pretesa né volontà di dare un valore all'ordine in cui compaiono:

- leggere scritti di carattere scientifico in generale e matematico in particolare, comprendendone in modo critico gli aspetti informativi essenziali
- valutare e produrre informazioni veicolate attraverso numeri, percentuali, tabelle, grafici
- avere un'idea di che cosa si intende per modello matematico di un fenomeno o di una situazione reale e che cosa possa significare disporre di un modello relativamente alla possibilità di effettuare previsioni
- utilizzare domini di conoscenze per produrre e sostenere argomentazioni o per ascoltare attentamente, analizzare criticamente e valutare argomentazioni prodotte da altri
- comportarsi razionalmente di fronte a situazioni che richiedono decisioni in condizioni di incertezza
- utilizzare rappresentazioni adeguate per comunicare informazioni e conoscenze
- effettuare esplorazioni, osservazioni, riconoscere regolarità e utilizzare il pensiero induttivo e abduttivo per produrre e formulare congetture

- validare congetture spiegando *perché* esse valgono o non valgono all'interno di un sistema di conoscenze più o meno sistemato e organizzato

L'elenco non è sicuramente esaustivo; ritengo, però, che possa fornire esaurienti indicazioni sulle competenze all'acquisizioni delle quali può contribuire in modo determinante l'insegnamento della matematica, dalla scuola di base all'ultimo anno della scuola secondaria. C'è però un aspetto che vorrei maggiormente esplicitare, perché ritengo che abbia importanza prioritaria e consenta di dare un senso all'azione di insegnamento - apprendimento: si tratta dell'avvio alla razionalità. Alcuni studi hanno accennato in particolare a un disturbo dell'apprendimento, noto come *anomalia della razionalità* o *dysrationalia* (Stanovich, 1994). L'anomalia della razionalità è stata osservata anche in individui particolarmente brillanti e capaci di conseguire elevati livelli di successo nella vita sociale e professionale. Questo disturbo dell'apprendimento è caratterizzato dall'incapacità di pensare e comportarsi in modo razionale, nonostante il possesso di un'intelligenza adeguata. Si nota, negli individui che soffrono di tale disturbo dell'apprendimento, la tendenza ad assumere decisioni che non sono coerenti con il sistema di conoscenze utilizzato per prendere tali decisioni, oppure la tendenza a utilizzare, nell'atto di prendere decisioni, sistemi di credenze che sono in contrasto con i sistemi di conoscenze posseduti. Il problema è che l'anomalia della razionalità sembra essere un esercizio comune del cittadino medio (basti pensare a come sono seguiti gli oroscopi presenti in tanti notiziari e in ogni quotidiano, al seguito che hanno le rubriche che indicano strategie per vincere sicuramente al lotto, al favore editoriale che incontrano i libri che insegnano a leggere gli astri per effettuare convenienti operazioni in borsa, …), con conseguenze sociali che, alla lunga, possono anche essere drammatiche.
Ritengo che l'avvio al pensiero razionale dovrebbe essere obiettivo prioritario di ogni attività di insegnamento - apprendimento e penso che, in particolare, l'insegnamento della matematica possa essere determinante nel conseguimento di questo obiettivo di estrema rilevanza formativa, strategica e culturale. Inoltre, visto che l'anomalia della razionalità si riscontra con una regolarità impressionante quando si è costretti a valutare in condizioni di incertezza, sia in condizioni reali, che in quelle artificiali dei problemi scolastici, diventa essenziale l'attenzione al pensiero statistico e probabilistico, che, invece, risulta essere uno dei domini di conoscenze più trascurati dall'attuale scuola.
Per quel che riguarda i nuclei fondanti voglio qui citarne tre, che sono a mio avviso trasversali a ogni ciclo scolastico: la misura, la dimostrazione e i problemi. Il nucleo *misura* può consentire sviluppi che consentono di rendere concreti i concetti di numero e spazio, fondamentali per l'avvio e la formazione del pensiero matematico. Il nucleo *dimostrazione* caratterizza, invece, la cultura matematica matura e consente di avviare alla comprensione della razionalità dell'edificio matematico. Infine il nucleo *problemi*. Risolvere, porre e porsi problemi sono attività che giocano un ruolo fondamentale nella costruzione e nello sviluppo della matematica e che consentono di attivare negli studenti risorse intellettuali nell'accezione più ampia del termine, contribuendo, in tal modo, al conseguimento di una formazione di base solida e significativa.
Rimando al contributo di Ornella Robutti (Robutti, in stampa) per una trattazione più sistematica ed esauriente sui nuclei fondanti; qui vorrei solo richiamare l'attenzione sul fatto che una loro individuazione può comportare l'opportunità di cambiamenti rilevanti nell'insegnamento-apprendimento della matematica e, in particolare, nella trattazione di argomenti tradizionali come l'aritmetica, la geometria, l'algebra, l'analisi. Sicuramente molto meno spazio dovrà essere concesso all'acquisizione di tecniche di calcolo: oggi gli strumenti di calcolo automatico numerico, grafico e simbolico offrono opportunità inimmaginabili solo fino a poco tempo fa. Se riusciremo a superare gli ostacoli creati dal retaggio neo-idealistico al quale tutti noi, più o meno consapevolmente e più o meno fortemente siamo vincolati, allora saremo capaci di vedere nelle tecnologie strumenti che, proprio in quanto incorporano sapere e cultura, sono naturali mediatori semiotici che offrono agli insegnanti la possibilità di costruire ambienti di apprendimento atti ad aiutare gli studenti a costruirsi sistemi di conoscenze sempre più consonanti con il sapere istituzionalizzato di riferimento. Un cambio di prospettiva così forte nei riguardi delle tecnologie consentirebbe di

recuperare molto del tempo che oggi si dedica all'acquisizione di tecniche di calcolo di scarso valore formativo e, in ogni caso, poco utili alla formazione del futuro cittadino e al conseguimento delle competenze prima elencate.

**Quali contenuti nel curricolo di matematica dell'ultimo ciclo della scuola secondaria?**

Ho preferito parlare prima di competenze e di nuclei fondanti, piuttosto che di contenuti specifici, non perché ritenga che i contenuti non siano importanti, ma perché l'attenzione all'individuazione delle competenze è condizione preliminare alla scelta dei contenuti e, nonostante ciò, non si può dire che faccia parte della tradizione della scuola secondaria. Non è forse un caso che la scuola elementare, nella quale si è riusciti a realizzare, nella prassi, l'individuazione di competenze culturalmente forti e si programma in base a tali competenze, sia attualmente il punto di forza del sistema scolastico italiano.

Nel momento in cui sto scrivendo, la commissione dell'Unione Matematica Italiana che si occupa della revisione dei programmi nell'ottica della riforma dei cicli, non ha ancora elaborato un documento definitivo per quel che riguarda l'ultimo segmento della scuola secondaria. Per tale motivo ciò che ora scriverò non può essere assolutamente considerato come anticipazione né, ancor meno, come sintesi del lavoro della commissione: si tratta di idee personali e di rielaborazioni di discussione e scambi di punti di vista che ho avuto con colleghi sul tema specifico dei curricoli dell'ultimo triennio della scuola secondaria. A questo proposito un ringraziamento particolare va a Michele Impedovo, del quale invito a leggere l'articolo citato in bibliografia che affronta con intelligenza e profondità il problema dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria.

Nell'arco della scuola secondaria potrebbe essere significativa, in termini di ore messe a disposizione della matematica, la differenza fra i diversi indirizzi. Per tale motivo nel seguito preciserò alcuni contenuti adatti a un percorso forte, mentre dove non viene data alcuna indicazione, si sottintende che i contenuti proposti possano essere proposti in ogni indirizzo. Inoltre c'è una variabile che non prendo in considerazione, ma che potrà essere decisiva per caratterizzare i curricoli, in particolare quelli di matematica: la quota di curricolo locale che, negli anni conclusivi, può diventare cospicua.

Inizio dai contenuti di aritmetica. L'ambiente dei numeri naturali è ricco di problemi formulabili con estrema chiarezza, ma al tempo stesso non banali e forieri di sviluppi significativi anche in altri ambiti matematici; inoltre invita a riflettere su concetti importanti del pensiero matematico, quale quello di congettura, di verità di una proposizione, di verifica, di controesempio, di dimostrazione. Darei quindi spazio all'aritmetica modulare, alle congruenze lineari, ad attività che riguardano i numeri primi, proponendo un'applicazione come quella della crittografia, che consente di dare un esempio di come anche una teoria così astratta come quella dei numeri possa trovare applicazioni significative nella vita reale. Darei ampio spazio allo studio di successioni definite per ricorrenza, anche per gli spunti che possono offrire per attività condotte con l'uso delle tecnologie informatiche e per la costruzione di modelli di situazioni di carattere extra-matematico. Un approccio di questo tipo consentirebbe di lavorare in continuità con i cicli precedenti, in ciascuno dei quali dovrebbero essere introdotti e affrontati concetti e argomenti di aritmetica. Nella formazione matematica dello studente della scuola secondaria non dovrebbero mancare nozioni di algebra lineare: vettori, matrici e loro operazioni; l'utilizzazione delle matrici nella risoluzione dei sistemi lineari. L'algebra lineare può infatti costituire un esempio di teoria matematica di forte struttura concettuale e operativa che, però, non presenta difficoltà tali da sconsigliarne la proposta a studenti di scuola secondaria. Tra l'altro l'introduzione e l'uso dei vettori può consentire una trattazione unitaria di alcuni concetti geometrici che, spesso, vengono trattati separatamente nel piano e nello spazio. In un percorso forte di matematica penso che si dovrebbero trattare i numeri complessi, dandone un'interpretazione geometrica e utilizzandoli per rappresentare e studiare le trasformazioni geometriche; inoltre si potrebbero estendere ed approfondire alcuni argomenti di aritmetica appena accennati nel percorso debole, quali le successioni definite per ricorrenza, le serie geometriche, la crittografia.

Per quel che riguarda i contenuti che possono essere identificati con "relazioni funzioni ed equazioni", anche per continuità con il ciclo precedente, penso che sarebbe opportuno approfondire lo studio dell'ambiente dei polinomi, ponendo attenzione alla relazione che esiste tra l'insieme dei coefficienti e la riducibilità di un polinomio e alla struttura algebrica dei polinomi in un'indeterminata a coefficienti nel campo dei numeri reali (per esempio far notare che si tratta di un anello privo di zero-divisori, che possiede l'elemento neutro rispetto alla moltiplicazione e che in esso è possibile eseguire l'algoritmo euclideo, che consente di evitare la fattorizzazione per calcolare il massimo comune divisore fra due polinomi). Lo studio delle equazioni e delle funzioni sia polinomiali, sia non polinomiali, potrebbe essere affrontato con l'aiuto degli strumenti di calcolo oggi disponibili, come le calcolatrici e i software grafico - simbolici: le soluzioni di un'equazione ( e di una disequazione) potrebbero essere lette direttamente sul grafico della funzione $y = f(x)$; il grafico, inoltre, consentirebbe una lettura qualitativa delle caratteristiche della funzione studiata, quali crescenza, convessità e la determinazione approssimata degli eventuali punti di massimo e minimo. Le calcolatrici e i software grafico - simbolici, proprio perché sollevano dal compito di effettuare calcoli pesanti e faticosi, consentono di dare maggiore significato ad alcuni argomenti oggetto di studio assegnando agli studenti problemi come quelli di interpolazione polinomiale o di determinazione, assegnata una "nuvola di punti", della "miglior funzione" che li descrive, con tutta la necessaria attività richiesta per precisare il significato di "miglior funzione". L'uso della tecnologia consente, in questi casi, di rovesciare il canone tradizionale che prevede l'assegnazione di un'espressione analitica a partire dalla quale ricavare il grafico della funzione che l'espressione rappresenta.

L'uso delle tecnologie consente inoltre di potenziare l'aspetto algoritmico, essenziale in matematica: in particolare, i linguaggi di programmazione specifici per la matematica e gli ambienti numerico, grafico e simbolico che oggi sono facilmente disponibili consentono di rendere trasparente la possibilità di costruire algoritmi rendendola accessibile agli studenti.

Forse qualcuno si sorprenderà che non abbia citato esplicitamente l'analisi matematica, con la definizione di limite, i vari calcoli (dei limiti, delle derivate, degli integrali) e i classici studi di funzione: io sono convinto che per sapere "leggere" il grafico di una funzione, utilizzandolo per ottenere informazioni, non sia necessario il pesante bagaglio dell'analisi matematica, così come viene attualmente insegnata. Penso che il futuro cittadino non abbia necessità di acquisire competenze nella verifica di limiti a partire dalla definizione, nel calcolo delle derivate, nel calcolo integrale, nello studio di una funzione utilizzando i tradizionali metodi dell'analisi. Ci si è sempre lamentati (e a ragione) del fatto che gli attuali programmi sperimentali sono troppo vasti: le scelte che sopra ho proposto vanno nella direzione di una drastica riduzione dei contenuti, senza rinunciare all'acquisizione di competenze culturalmente forti e significative per la preparazione dello studente.

In quei corsi in cui sarà previsto un programma forte di matematica proporrei la derivazione e l'integrazione numerica, parlerei di successioni e serie, accennando allo studio della loro convergenza; lavorerei sui concetti di funzione derivata, di integrale definito e indefinito, presenterei il teorema fondamentale del calcolo integrale. Si tratta di veri e propri argomenti di analisi matematica, ma in una prospettiva profondamente diversa da quella oggi attuata soprattutto nei licei scientifici sia di ordinamento, sia sperimentali: la prospettiva dovrebbe essere quella del *calculus*, che appartiene alla tradizione pragmatica dei manuali anglosassoni.

Sui contenuti di "geometria del piano e dello spazio" non mi sento di prendere una posizione netta. Ritengo che gli strumenti utilizzati per trattarli possano essere scelti dal docente, in base alle proprie esperienze, preparazione e sensibilità fra quelli offerti dal calcolo vettoriale, dal concetto di trasformazione geometrica o dai libri di Euclide. Quello che si dovrebbe evitare, però, è la proposta di un'impostazione assiomatica, fondata su concetti primitivi, definizioni, assiomi, dimostrazioni e teoremi. Ritengo che l'ambiente della geometria, proprio perché, insieme a quello dell'aritmetica, in qualche modo fa parte delle conoscenze degli studenti fin dalla scuola di base, debba essere utilizzato per attività significative di risoluzione di problemi, soprattutto se in tali attività si utilizzano software di geometria dinamica. Vari studi suggeriscono che sull'uso di questi software si possano creare ambienti di apprendimento che risultano particolarmente efficaci nell'avviare gli

studenti al pensiero teorico (Arzarello & al., 1999; Bartolini & al., 1997; Paola & Robutti, 1999; Paola, 2000).
Per quel che riguarda i contenuti di statistica e probabilità, mi sembra innanzitutto necessario precisare che la loro presenza, proprio per l'importanza che assumono nella formazione culturale di chiunque voglia partecipare attivamente e consapevolmente alla vita sociale, dovrà essere accentuata in tutto l'arco del percorso scolastico. In particolare, per quel che riguarda l'ultimo ciclo della scuola secondaria, andranno approfonditi i concetti e i metodi di statistica descrittiva affrontati nei cicli precedenti, affiancando a essi concetti e metodi della statistica inferenziale. Il calcolo delle probabilità potrebbe essere presentato anche come premessa necessaria alla trattazione di temi di inferenza statistica. Dovrà essere chiaro agli studenti che la funzione di un *modello di probabilità* è quella di consentire descrizioni e previsioni di insiemi di eventi e situazioni reali. Per esempio, come scrivono Mood, Graybill e Boes, "Si può costruire un modello di probabilità che, sebbene non sia di molto aiuto nel caso di una singola nascita, possa essere usato quando si considerino gruppi di nascite. Possiamo perciò postulare un numero $p$ che rappresenti la probabilità che un neonato sia maschio. Partendo da questa probabilità fondamentale possiamo rispondere a domande come : qual è la probabilità che su dieci nati almeno tre siano maschi? Oppure, qual è la probabilità che ci siano tre maschi consecutivi nelle prossime tre nascite?" (Mood, Graybill, Boes, 1988, p. 21). Fissata la probabilità $p$ i problemi che si possono proporre e risolvere appartengono al calcolo delle probabilità, ma come si fa a fissare $p$? E come si fa a valutare il livello di affidabilità di $p$? Ecco che qui entra in gioco la statistica inferenziale. Si tratta di argomenti, concetti e tecniche che non fanno parte della tradizionale formazione degli insegnanti di matematica. Rimando ad alcuni testi citati in bibliografia (Ciarrapico & Rossi, 1999; Batini & Olivieri, 1998; Dall'Aglio, 1997; Rossi, 1997) per una riflessione più approfondita su curricoli e attività che diano alla probabilità e alla statistica il posto che giustamente devono avere in un insegnamento - apprendimento della matematica che ambisca a essere considerato adeguato alle esigenze dell'attuale società.

**Il problema della valutazione dell'acquisizione delle competenze e alcune considerazioni finali**

Come valutare l'acquisizione delle competenze è un problema aperto e assai delicato, sul quale, probabilmente, si dovranno ancora confrontare, discutere e verificare opinioni, proposte, indicazioni e suggerimenti: non può quindi essere affrontato nello spazio che ho ancora a disposizione. Quello che mi sembra importante dire, però, è che la nuova scuola richiede anche nuove forme e modalità di valutazione. Uno degli obiettivi dell'azione didattica è quello di aiutare gli studenti a costruirsi significati per gli oggetti di studio, a utilizzarli e a comunicarli ad altri. Il lavoro in piccoli gruppi, legato alla risoluzione di problemi, costituisce un'ottima modalità per motivare gli studenti a esprimersi, a comunicare, discutere e condividere le strategie risolutive individuate, per indirizzarli verso la costruzione di piccole teorie locali per risolvere e generalizzare problemi. L'insegnante ha il compito di attivare modalità di lavoro di questo tipo e di osservare attentamente i comportamenti degli alunni nei piccoli gruppi. La valutazione potrebbe essere attuata tenendo conto della capacità del singolo di inserirsi nel dialogo (che vuole dire capacità di farsi ascoltare, ma anche di ascoltare gli altri e di intervenire in modo pertinente nella discussione), delle conoscenze messe in gioco, dell'organizzazione di tali conoscenze, della disponibilità al lavoro, della concentrazione dimostrata.
Un altro problema delicato è quello di individuare spazi, nella nuova scuola, per soddisfare anche l'esigenza di preparare gli studenti ai corsi universitari di tipo scientifico e le richieste delle fasce di eccellenza; in altri termini si tratta di individuare modi e tempi per garantire significativi approfondimenti disciplinari specifici a quegli studenti già motivati e interessati a particolari campi di studio o particolarmente brillanti. Ritengo, però, che questo problema possa difficilmente essere affrontato e risolto a livello di curricolo nazionale (è vero che si prospetta una sorta di doppio curricolo, debole e forte, in matematica, ma temo che ciò non sia sufficiente per realizzare percorsi di approfondimento spinto): sono convinto che l'onore e l'onere di costruire percorsi strutturati sulle reali esigenze di approfondimento di gruppi di studenti debba essere lasciato alle singole istituzioni scolastiche che, nell'ambito del curricolo locale, potranno avviare iniziative anche con i dipartimenti universitari e con le risorse professionali disponibili sul territorio.

Vorrei concludere rivolgendomi a quanti si dichiarano preoccupati che una riduzione dei contenuti presenti negli attuali programmi possa portare a un imbarbarimento culturale. Innanzi tutto è bene prendere atto che l'imbarbarimento è già di fatto operante: lo è nelle proposte degli spettacoli televisivi, nella pubblicità, nell'illusoria offerta di strategie vincenti per il gioco del lotto, negli oroscopi che precedono o seguono i vari telegiornali e comunque non mancano in alcun quotidiano che si rispetti, nelle argomentazioni, nelle prese di posizioni e nei programmi di molti componenti della classe politica; questa barbarie culturale è presente e operante nell'assenza di razionalità del cittadino medio e tutto ciò testimonia il fallimento dell'attuale proposta formativa della scuola. In secondo luogo, sono proprio la riduzione dei contenuti e la minore attenzione a tecniche di calcolo di scarso valore formativo che possono creare le condizioni per una proposta culturale più forte, tesa ad avviare gli studenti al sapere teorico e all'uso della razionalità. Naturalmente, si tratta di obiettivi a lungo termine, che richiedono tempo e pazienza, così come tempo e pazienza sono richiesti per l'acquisizione di competenze e concetti disciplinari importanti e delicati: penso che una buona norma sia quella di optare per una didattica lunga, contro ogni tipo di didattica breve.

## Bibliografia


Ambel, M., Croce, C.: 2000, Commissione di studio per il programma di riordino dei cicli di istruzione, Sottogruppo di lavoro n. 7c, sito del MPI, www.istruzione.it

Arzarello F., Olivero F., Paola D. & Robutti O.: 1999, Dalle congetture alle dimostrazioni. Una possibile continuità cognitiva, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, v. 22B n. 3, 209 – 233.

Bartolini Bussi, M., Boero, P., Ferri, F., Garuti, R. & Mariotti, M.A.: 1997, Approaching geometry theorems in contexts: from history and epistemology to cognition, *Proceedings of PMEXXI*, Lathi, v.1, 180-195.

Batini, M., Olivieri, G.: 1998, *Descrivere la realtà: i metodi della statistica*, Pitagora Editrice Bologna.

Ciarrapico, L. Rossi, C. (a cura di): 1999, *Probabilità e statistica nella scuola liceale*, Quaderni MPI, n. 28.

Dall'Aglio, G.: 1997, Probabilità: un'introduzione per le scuole secondarie, in (a cura di Arzarello, F. & Ciarrapico, L.) *I temi 'nuovi' dei programmi di matematica (probabilità, statistica, logica, ...) e il loro inserimento nel curriculum*, Quaderni MPI, n. 26/2, pp. 36-63.

Impedovo, M.: 2000, La matematica nella scuola di tutti: percorsi didattici e ipotesi di rinnovamento, 2° Congresso Nazionale *ADT* Matematica e Scienze Sperimentali nella scuola riformata:che cosa cambia con le nuove tecnologie, http://matematica.uni-bocconi.it/

Mood, A., Graybill, F., Boes, D.: 1988, *Introduzione alla statistica*, McGraw-Hill, Milano.

Paola, D., Robutti, O.: 1999, Dall'assiomatico al virtuale: Cabri - géomètre, *Iter*, n.6, pp. 70-75.

Paola, D.: 2000, Le definizioni: dalla parte degli studenti, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 23°-B, n. 6, pp. 561-600.

Risoluzione 6-00155, Approvata dalla Camera il 12 dicembre 2000 - Seduta n. 824, sito del MPI, www.istruzione.it

Robutti, O.: (in stampa), Matematica: nuclei e competenze, in *Curricoli per la scuola dell'autonomia*, collana Progettare la scuola, La Nuova Italia, Firenze.

Rossi, C.: 1997, Statistica. Linee guida e spunti didattici per un insegnamento interdisciplinare, in (a cura di Arzarello, F. & Ciarrapico, L.) *I temi 'nuovi' dei programmi di matematica (probabilità, statistica, logica, ...) e il loro inserimento nel curriculum*, Quaderni MPI, n. 26/2, pp. 64-91.

Russo, L.: 1998, *Segmenti e bastoncini. Dove sta andando la scuola?*, Feltrinelli, Milano.

Sabatini, F., Rossi Doria, M: 2000, Commissione di studio per il programma di riordino dei cicli di istruzione, Gruppo di lavoro n. 3, sito del MPI, www.istruzione.it

Stanovich: 1994, Anomalia della razionalità (dysrationalia). Un nuovo disturbo dell'apprendimento, in *Insegnare all'handicappato*, vol. 8, n.2, Erickson.